

© 2024 г. Е.Н. ХОБОТОВ, д-р техн. наук (e\_khobotov@mail.ru)  
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

## МОДЕЛИ ВЫБОРА ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ МОДЕРНИЗАЦИИ ПРЕДПРИЯТИЙ С КОНВЕЙЕРНОЙ СБОРКОЙ ИЗДЕЛИЙ

Рассматриваются задачи выбора и замены оборудования, возникающие при модернизации машиностроительных предприятий, на которых сборка выпускаемые изделия производится на конвейерах. Для решения этих задач предлагаются методы, позволяющие определять типы и количество оборудования, которое следует приобрести и от которого целесообразно избавиться при модернизации предприятий.

*Ключевые слова:* моделирование, математические модели, линейное программирование, обрабатывающее оборудование, комплектующие, конвейер, сборка, изделие, модернизация.

DOI: 10.31857/S0005231024100086, EDN: YUOLDV

### 1. Введение

В последние годы происходит заметное усиление конкурентной борьбы, которое затрагивает практически все сферы производственной деятельности и приводит к значительному сокращению жизненного цикла производимой продукции. Это в свою очередь приводит к необходимости более часто обновлять выпускаемую продукцию и соответственно модернизировать производства для ее выпуска.

Подобная ситуация особенно заметна в автомобилестроительной промышленности, поскольку почти на всех автомобилестроительных предприятиях, по крайней мере, раз в каждые два–три года происходит обновление выпускаемых моделей автомобилей, что приводит к необходимости обновления и модернизации производств, на которых эти модели должны будут выпускаться.

Удачный выбор оборудования в процессе модернизации предприятий позволяет создавать рентабельные и конкурентоспособные производства, а устранение ошибок и просчетов, связанных с выбором оборудования, уже в процессе работы предприятий может потребовать весьма значительных дополнительных расходов.

Для выбора оборудования производственных систем и участков при их создании и модернизации были разработаны достаточно эффективные методы и модели [1, 2]. Однако эти методы оказались непригодными для выбора оборудования при модернизации предприятий из-за большой размерности и сложности возникающих задач. Поэтому для выбора оборудования при модернизации предприятий необходимо создание специальных моделей и методов.

В данной работе предлагаются модели и методы выбора оборудования для модернизации предприятий с конвейерной сборкой выпускаемых изделий. Эти модели и методы позволяют определять оборудование, которое целесообразно приобрести для предприятия и исключить из его состава. В предлагаемых моделях и методах используются расписания работы формируемых схем модернизации предприятий. Такие расписания работ позволят проверять и оценивать работоспособность каждой получаемой схемы модернизации предприятия при выполнении тестовых заказов и выбирать из них наиболее подходящую.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим постановку задачи выбора оборудования для модернизации предприятий с конвейерной сборкой выпускаемых изделий. Работа конвейеров происходит по последовательной схеме и при модернизации предприятия не требуется формирования новых подразделений и создания новых конвейеров.

Пусть на предприятии имеется  $M$  производственных подразделений. В них изготавливаются комплектующие для сборки изделий на  $R$  конвейерах.

После модернизации на  $r$ -м конвейере предприятия предполагается выпускать  $L_r$  ( $r = 1, \dots, R$ ) партий изделий разных типов, часть из которых являются новыми для предприятия. Некоторые из комплектующих могут закупаться на стороне. Состав и количество оборудования, находящееся во всех подразделениях предприятия до модернизации известны. Типы оборудования, пригодные для изготовления всех комплектующих для новых изделий и доступные для приобретения предприятием, также известны.

На каждом конвейере собираются партиями только «свои» изделия. Размер собираемой партии изделий  $l$ -го типа на  $r$ -м конвейере ( $l = 1, \dots, L_r$ ) не должен превышать величину  $\bar{N}_{lr}$ . Такие ограничения вызваны значительным временем, которое потребуется для изготовления большого количества комплектующих, а также необходимостью создания и обслуживания складов больших объемов для их хранения.

Во время сборки изделий на конвейерах в подразделениях предприятия изготавливаются комплектующие для сборки изделий следующих партий. Конвейеры перенастраиваются, если на них будет производиться сборка изделия других типов. Если же на каких-то конвейерах будет продолжена сборка изделий того же типа, то их переналадка не требуется.

Производительности каждого конвейера и количество рабочих мест по сборке выпускаемых на нем типов изделий известны. Известны также времена переналадки каждого конвейера для сборки на нем выпускаемых партий изделий, что позволяет вычислять длительность сборки любой партии изделий.

Известен набор типовых производственных заданий  $J$ , которые по возможности должны содержать заказы, ожидающие предприятие после модернизации в условиях реальной работы. Типовые задания  $j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) содержат

своем составе партии изделий тех типов, которые принадлежат множеству  $L$ . Разные задания содержат в своем составе партии с различным количеством изделий  $N_l$  ( $l = 1, \dots, L$ ).

Для изготовления заданий из этого набора  $J$  может потребоваться модернизация предприятия с приобретением дополнительного оборудования имеющихся на предприятии типов и оборудования таких типов, которых ранее на предприятии не было. Часть имевшегося на предприятии оборудования может более не потребоваться.

В задаче требуется выбрать оборудование, которое следует приобрести для модернизации предприятия, и избавиться от ненужного более оборудования предприятия таким образом, чтобы при выделенных средствах на модернизацию предприятия  $D$ , каждое производственное задание  $j$  ( $j = 1, \dots, J$ ) из заданного набора могло быть изготовлено за время не превышающее  $\hat{T}_j$ .

### 3. Построение «каркасных» расписаний

Рассмотрим сначала принципы построения планов и расписаний работ по изготовлению поступающих заказов на предприятия с конвейерной сборкой выпускаемых изделий.

Изучение принципов и методов построения таких расписаний и оказывается весьма важным. Это связано не только с тем, что с помощью построенных расписаний работ по изготовлению типовых заданий на схемах модернизируемого предприятия можно проверить, выполняются ли эти задания в отведенное для этого время. Такие расписания работ позволяют более четко и ясно понять задачу модернизации предприятий и наметить пути ее решения, а также выбрать наиболее подходящую схему для модернизации предприятия.

Здесь следует отметить, что при проектировании различных объектов и изделий была замечена следующая особенность, связанная с проектируемыми объектами и изделиями. Проектирование изделий и объектов оказывается более удачным, когда проектируется несколько вариантов этого изделия или объекта и производится сравнение и анализ их достоинств и недостатков. На основе сравнения и анализа их характеристик может быть сформирован новый вариант, в котором по возможности устраняются выявленные недостатки и усиливаются имеющиеся преимущества. После этого из имеющихся вариантов на основе анализа и сравнения их параметров и характеристик выбирается лучший. В связи с этим при модернизации предприятий целесообразно формировать несколько схем модернизируемых предприятий и на основе сравнения и анализа их работы по выполнению тестовых заказов может быть сформирован новый вариант схемы модернизируемого предприятия и выбрана лучшая из имеющихся схем.

Для понимания задач модернизации предприятий и проверки выполнения тестовых производственных заданий в отведенное для этого время приходится строить согласованные расписания работ на уровне предприятия. Под такими расписаниями здесь понимаются расписания, в которых все по-

следующие операции по обработке каждой партии комплектующих должны начинаться только после завершения предыдущей операции, указанной в технологии ее изготовления.

Принципы и методы построения подобных расписаний описаны в [3, 4]. Согласно этим принципам из комплектующих, изготавливаемых для сборки выпускаемых изделий, формируются специальные группы. Каждая группа формируется так, чтобы в процессе ее изготовления все комплектующие, включенные в состав группы, поступали для обработки в производственные подразделения предприятия в одном порядке. Тем не менее, каждая комплектующая любой группы может обрабатываться по «своему» технологическому маршруту во всех подразделениях, в которых эту группу должны обрабатывать.

Затем строится расписание обработки таких групп, в котором определяется порядок обработки каждой группы в используемом подразделении предприятия. Для построения таких расписаний необходимо определить времена обработки каждой сформированной группы комплектующих в тех подразделениях предприятия, в которых эта группа обрабатывается. Порядок обработки таких групп в подразделениях предприятия известен из принципов их формирования. Для определения времени обработки группы комплектующих в соответствующем подразделении предприятия может строиться расписание обработки комплектующих этой группы на оборудовании подразделения. За время обработки каждой группы комплектующих в подразделении принимается время завершения обработки последней комплектующей группы на оборудовании этого подразделения. Построение расписаний работ в подразделениях может производиться с помощью традиционных методов [5–7], которые разрабатывались специально для построения таких расписаний и позволяют строить их достаточно быстро и хорошо.

Расписание групп комплектующих в подразделениях предприятия строится по таким же правилам, как и обычное расписание обработки деталей на станках в производственных системах. Порядок обработки групп комплектующих в подразделениях предприятия следует выбирать таким образом, чтобы общее время их обработки было бы по возможности меньшим.

Расписания обработки сформированных по таким принципам групп комплектующих в подразделениях предприятия в [3] были названы «каркасными» расписаниями.

Следует также отметить, что с помощью «каркасного расписания» можно достаточно быстро сформировать вариант расписания работ для предприятия, называемый развернутым «каркасным» расписанием.

В диаграмме Гантта развернутого «каркасного» расписания для каждого обрабатывающего оборудования любого подразделения выделяется отдельная ось абсцисс, по которой откладываются времена обработки комплектующих, изготавливаемых на данном оборудовании в этом подразделении. Расписания обработки всех групп комплектующих в подразделениях, в которых

эти группы обрабатываются, уже строились и должны быть, поскольку по ним определялись времена их обработки.

Имеющиеся диаграммы расписаний обработки групп комплектующих в подразделениях размещают в диаграмме развернутого «каркасного» расписания на тех позициях, которые соответствуют позициям этих подразделений и их оборудования.

Диаграммы расписаний обработки таких групп размещают в порядке, полученном при построении «каркасного расписания». Размещение расписания следующей группы комплектующих на позициях каждого подразделения в развернутой диаграмме может производиться только тогда, когда будет завершена обработка последней комплектующей из предыдущей группы. Поэтому времена завершения работ по «каркасному» и «развернутому» расписаниям будут совпадать.

Построенное таким образом развернутое «каркасное» расписание является согласованным расписанием на уровне предприятия. Действительно, в таком расписании обработка каждой комплектующей по времени будет начата на любом используемом оборудовании только после завершения ее обработки на предыдущем оборудовании по технологии ее изготовления.

Однако такой вариант расписания работ на предприятии будет не совсем удачным, поскольку в нем имеется много «невынужденных» простоев оборудования в местах «соприкосновения» расписаний обработки смежных групп комплектующих в каждом подразделении.

Для сокращения этих простоев производится операция «склеивания» расписаний, когда освободившееся в подразделении от обработки комплектующих обрабатываемой группы оборудование начинает сразу использоваться для обработки комплектующих следующей группы. Время завершения работ по такому расписанию заметно сокращается. Кроме того, по таким «склеенным» расписаниям на уровне предприятий можно определить времена начала и завершения всех операций по изготовлению комплектующих каждого изделия на всем используемом оборудовании предприятия от первой и до завершающей операции. Можно также узнать времена начала и завершения сборки каждой партии изделий.

Рассмотрим принципы построения «каркасных» расписаний с использованием описанных выше правил для обработки комплектующих в подразделениях предприятия и сборки из них на конвейерах изделий заказа.

Сначала для всех изделий заказа формируются группы комплектующих по приведенным выше правилам. Для изделий каждого типа формируются свои группы независимо от изделий других типов. После определения времени обработки сформированных групп комплектующих для всех изделий заказа в соответствующих подразделениях предприятия строится «каркасное» расписание обработки этих групп на предприятии.

Построение такого расписания начинается с построения расписания обработки групп комплектующих, используемых для сборки партий изделий из

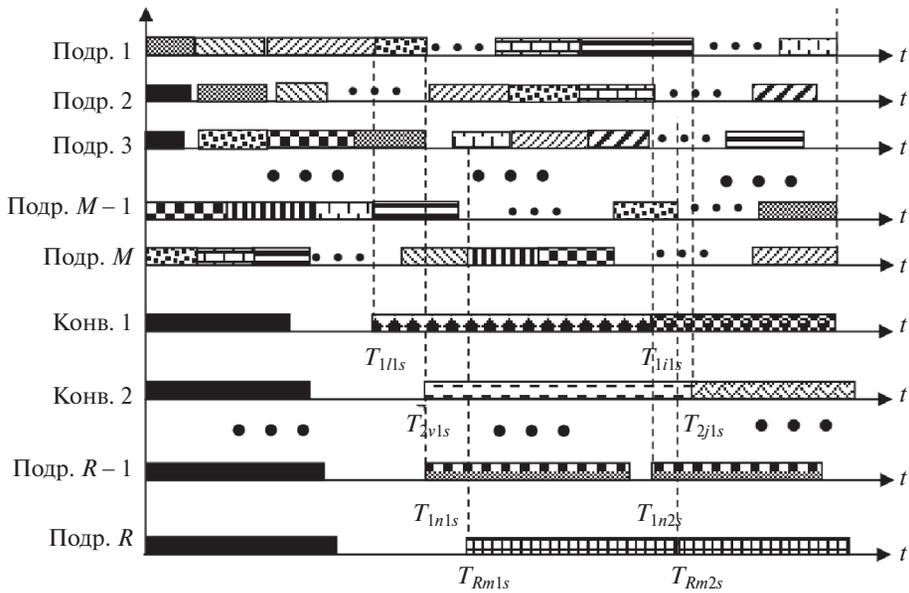


Диаграмма Ганта «каркасного» расписания изготовления комплектующих и сборки из них изделий.

поступившего заказа, которые в первую очередь будут собираться на конвейерах предприятия. Для его построения также могут использоваться традиционные методы построения расписаний, поскольку размерность «каркасного» расписания из-за объединения комплектующих в группы и оборудования в подразделения не оказывается значительной. Когда построение этих групп комплектующих будет завершено, начинается построение следующей его части. Эта часть включает расписание обработки групп комплектующих, из которых будут собираться изделия на каждом конвейере предприятия в следующую очередь. Ранее построенная часть расписания меняться не может, а новая часть расписания начинает строиться с момента освобождения подразделений предприятия от обработки групп комплектующих уже построенной части расписания.

После завершения обработки в подразделениях предприятия последней группы комплектующих каждой партии изделий, изготовленные комплектующие передаются на соответствующий конвейер для сборки. Такой процесс продолжается до завершения обработки групп комплектующих для последних партии изделий, собираемых на конвейерах предприятия, из поступившего заказа. Передача изготовленных комплектующих на соответствующий конвейер не оказывает влияния на работу производственных подразделений и на «каркасное» расписание по изготовлению комплектующих.

Обработку комплектующих и сборку из них изделий на предприятиях для лучшего их понимания удобно представить в виде «каркасного» расписания, пример которого для предприятия, имеющего в своем составе  $M$  производственных подразделений и  $R$  конвейеров, представлен на рисунке.

На этом рисунке по первым пяти осям абсцисс отмечают времена начала и завершения обработки групп комплектующих в подразделении, которому соответствует эта ось. На осях, помеченных, как «Подр. 1», «Подр. 2», ..., «Подр.  $M$ » отмечаются времена начала и завершения обработки групп комплектующих в первом, втором, ... и  $M$ -м подразделениях соответственно. На осях, помеченных, как «Конв. 1», «Конв. 2», ..., «Конв.  $R$ » отмечаются времена завершения сборки изделий на первом, втором, ... и  $R$ -м конвейерах соответственно. На этой диаграмме через  $T_{1l1s}$  обозначено время завершения обработки комплектующих для сборки на первом конвейере первой партии изделий  $l$ -го типа из  $s$ -го заказа, через  $T_{Rq2s}$  – время завершения сборки второй партии изделий  $q$ -го типа на  $R$ -м конвейере из  $s$ -го заказа. Прямоугольники, закрашенные на этой диаграмме черным цветом, отмечают времена проведения и завершения работ из предыдущего задания. Как видно из этой диаграммы Гантта, на осях, помеченных, как «Подр. 1», «Подр. 2», ..., «Подр.  $M$ » фактически представлено «каркасное» расписание обработки комплектующих для сборки изделий из поступившего заказа. По мере готовности комплектующих для сборки какой-либо партии изделий эти комплектующие передаются на соответствующий конвейер. Это, как уже отмечалось, не влияет на работу производственных подразделений и на «каркасное» расписание работ.

Если некоторая схема модернизация предприятия для выполнения, например,  $s$ -го типового задания будет сформирована, то диаграмма Гантта, представляющая «каркасное» расписание выполнения этого задания будет иметь вид, аналогичный тому, который представлен на рисунке. Кроме того, из такой диаграммы можно с достаточно хорошей точностью можно определить время выполнения задания. Из диаграммы этого расписания видно, что для выполнения  $s$ -го задания за время не превышающее  $\hat{T}_s$ , времена изготовления комплектующих и сборки из них изделий задания не должны превышать определенных величин.

Оценим время  $\tilde{T}_s$ , не позднее которого должны быть изготовлены комплектующие для сборки на конвейерах изделий из  $s$ -го производственного задания, чтобы время выполнения  $s$ -го задания не превышало  $\hat{T}_s$ . Для выполнения этого требования величина  $\tilde{T}_s$  определяется из соотношения

$$\tilde{T}_s = \hat{T}_s - \max_r T_{rns},$$

где  $T_{rns}$  – время сборки на  $r$ -м конвейере последней партии изделий из  $s$ -го задания.

Однако расписание работ на предприятии нельзя построить, не зная оборудование этого предприятия. Поэтому предлагается предварительно выбрать оборудование для схемы модернизируемого предприятия и построить для нее расписание работ по выполнению производственного задания. После анализа этого расписания проводится корректировка выбранного оборудования для формирования более подходящей схемы модернизируемого предприятия. Такой процесс будет описан в пункте 4 и продолжается, пока не будет получена наиболее подходящая схемы модернизируемого предприятия.

#### 4. Модель выбора оборудования

Рассмотрим принципы построения модели предварительного выбора оборудования для решения простейшей задачи модернизации предприятия с  $M$  производственными подразделениями и  $R$  конвейерами для сборки выпускаемых изделий.

Предварительно выбранное оборудование может быть использовано для построения «каркасного» расписания обработки комплектующих. Это позволит уточнить и скорректировать выбранное оборудование. Для предварительного выбора типов и количества необходимого оборудования используем балансовые ограничения для групп оборудования каждого типа в производственных подразделениях предприятия по времени.

Балансовые ограничения для имеющегося на предприятии оборудования, на котором обрабатываются комплектующие, имеющие единственный маршрут обработки, могут быть представлены в следующем виде:

$$(4.1) \quad \sum_{l=1}^L \left\{ \sum_{v \in V_{jm}^l} N_l n_{vl} t_{vj}^{lm} \right\} \leq \\ \leq (y_{mj} + \tilde{y}_{mj} - \bar{y}_{mj}) \left( \tilde{T}_s \eta_j^{ml} - \sum_{l=1}^L \sum_{v \in V_{jm}^l} \tau_{vj}^{lm} \right) \mu_{jm}, \quad j \in G_m,$$

где  $L$  – количество типов изделий в  $s$ -м производственном задании,  $V_{jm}^l$  – множество типов комплектующих  $l$ -го изделия, которые можно обрабатывать на  $j$ -м оборудовании  $m$ -го производственного подразделения,  $N_l$  – количество изделий  $l$ -го типа ( $l = 1, \dots, L$ ) в этом задании,  $n_{vl}$  – количество комплектующих  $v$ -го типа в  $l$ -м изделии,  $t_{vj}^{lm}$  – время обработки  $v$ -й комплектующей  $l$ -го изделия на  $j$ -м оборудовании  $m$ -го производственного подразделения,  $\eta_j^{ml}$  – коэффициент, определяющий ресурс времени использования оборудования  $j$ -го типа в течение интервала времени его работы,  $\mu_j^{ml}$  – коэффициент загрузки  $j$ -го оборудования из  $m$ -го производственного подразделения,  $\tau_{vj}^{lm}$  – время переналадки оборудования  $j$ -го оборудования из  $m$ -го производственного подразделения для изготовления  $v$ -й партии комплектующих  $l$ -го изделия,  $y_{mj}$  – количество единиц  $j$ -го оборудования, которое было в  $m$ -м производственном подразделении до модернизации,  $\tilde{y}_{mj}$  – количество единиц  $j$ -го оборудования, которое следует приобрести в процессе модернизации для  $m$ -го производственного подразделения,  $\bar{y}_{mj}$  – количество единиц  $j$ -го оборудования, от которых следует избавиться в процессе модернизации  $m$ -го производственного подразделения.

На предприятии также может быть оборудование, на котором обрабатываются комплектующие по не совсем удачным технологическим маршрутам обработки. Для таких комплектующих могут разрабатываться другие технологические маршруты с использованием как имеющегося, так и приобре-

таемого для предприятия оборудования. Для таких комплекующих могут разрабатываться другие технологические маршруты с использованием как имеющегося на предприятии оборудования, так и приобретаемого для него. В модели требуется выбрать из этих маршрутов наиболее подходящий.

Здесь, однако, следует отметить, что разработка технологического маршрута требует затрат времени и средств, и не всегда малых, особенно при проверке маршрута и его отладке для использования на постоянно работающем производстве.

Балансовые ограничения для имеющихся на предприятии типов оборудования, на котором могут обрабатываться комплекующие с несколькими маршрутами обработки, имеют следующий вид:

$$(4.2) \quad \sum_{l=1}^L \left\{ \sum_{i \in \tilde{V}_{jm}^l} N_{in_{il}t_{ij}^{lm}} + \sum_{v \in V_{jm}^l} \sum_{k \in K_{vj}^l} \theta_v^{kl} N_{ln_{vl}t_{vj}^{klm}} \right\} \leq \\ \leq (y_{mj} + \tilde{y}_{mj} - \bar{y}_{mj}) \left( \tilde{T}_s \eta_j^{ml} - \sum_{l=1}^L \sum_{v \in V_{jm}^l} \tau_{vj}^{lm} \right) \mu_{jm}, \quad j \in G_m,$$

где  $\theta_v^{kl}$  – целочисленные переменные типа  $[0,1]$ .

Величина  $\theta_v^{kl}$  в ограничениях (4.2) равна 1, если  $v$ -я комплекующая  $l$ -го изделия изготавливается на  $j$ -м оборудовании по  $k$ -му технологическому маршруту и нулю в противном случае.

Балансовые ограничения для вновь приобретаемого оборудования, на котором комплекующие могут обрабатываться по нескольким технологическим маршрутам, могут быть представлены в следующем виде:

$$(4.3) \quad \sum_{l=1}^L \left\{ \sum_{i \in \tilde{V}_{jm}^l} N_{in_{il}t_{ij}^{lm}} + \sum_{v \in V_{jm}^l} \sum_{k \in K_{vj}^{lm}} \theta_v^{kl} N_{ln_{vl}t_{vj}^{klm}} \right\} \leq \\ \leq y_{mj} \left( \tilde{T}_s \eta_j^{ml} - \sum_{l=1}^L \sum_{v \in V_{jm}^l} \tau_{vj}^{lm} \right) \mu_{jm}, \quad j \in \tilde{G}_m.$$

Балансовые ограничения для вновь приобретаемого оборудования, на котором комплекующие обрабатываются по единственному технологическому маршруту, имеют почти такой же вид, как ограничения (4.3). Отличие состоит в том, что в левой части ограничения из-за наличия одного маршрута обработки у комплекующих отсутствует слагаемое  $\sum_{v \in V_{jm}^l} \sum_{k \in K_{vj}^{lm}} \theta_v^{kl} N_{ln_{vl}t_{vj}^{klm}}$ .

Выбор технологических маршрутов изготовления комплекующих производится с использованием переменных  $\theta_v^{kl}$ , на которые накладываются сле-

дующие ограничения:

$$(4.4) \quad \sum_{k=1}^{K_v^l} \theta_v^{kl} = 1, \quad m = 1, \dots, M, \quad v \in \tilde{V}_m^l, \quad l \in \bar{L},$$

где  $\tilde{V}_m^l$  – множество комплектующих  $l$ -го изделия, у которых в конструкции или в технологии изготовления имеются изменения и для их изготовления в  $m$ -м подразделении требуется выбрать технологический маршрут изготовления из разработанных  $K_v^l$  маршрутов для обработки этой комплектующей,  $\bar{L}$  – множество изделий из сформированного задания, у которых в конструкции или в технологии изготовления комплектующих имеются изменения. Остальные обозначения определены выше.

Если  $v$ -я партия комплектующих  $l$ -го изделия может изготавливаться только по одному технологическому маршруту, то переменные  $\theta_v^{kl}$  и ограничение (4.4) в модель не включаются. Если отдельные части этой партии могут изготавливаться по разным технологическим маршрутам, то на переменные накладываются следующие ограничения  $0 \leq \theta_v^{kl} \leq 1$ , а величина  $\theta_v^{kl}$  показывает, какая часть этой партии комплектующих обрабатывается по  $k$ -му технологическому маршруту. Обычно для ранее производимых комплектующих, технологические маршруты обработки комплектующих которых уже имеются и эти маршруты не вызывают серьезных нареканий, новые маршруты не разрабатываются.

Средства, необходимые для приобретения дополнительного оборудования, с учетом средств, получаемых от реализации ненужного оборудования, не должны превышать средств, выделенных на проведение модернизации. Поэтому в модель включается следующее ограничение:

$$(4.5) \quad \sum_{m=1}^M \left( \sum_{j \in \Omega_m} \tilde{d}_j \tilde{y}_{mj} - \sum_{j \in G_m} \bar{d}_j \bar{y}_{mj} \right) \leq D + p_1,$$

где  $\Omega_m = G_m \cup \tilde{G}_m$ ,  $\tilde{d}_j$  – стоимость приобретения оборудования  $j$ -го типа,  $\bar{d}_j$  – стоимость реализации ненужного оборудования  $j$ -го типа,  $p_1$  – вспомогательная переменная, которую минимизируют в функционале.

Функционал  $\tilde{J}$ , минимум которого определяется в данной модели, имеет вид

$$(4.6) \quad \tilde{J} = \min \left\{ \alpha_1 \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{j \in \tilde{G}_m} \sum_{v \in V_{jm}^l} \sum_{k \in K_{vj}^{lm}} \left( \theta_v^{klm} N_l n_{vl} \tilde{c}_{vj}^{klm} \right) + \right. \\ \left. + \alpha_2 \sum_{m=1}^M \sum_{j \in \tilde{G}_m} b_{mj} T y_{mj} + \alpha_3 p_1 \right\},$$

где  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и  $\alpha_3$  – весовые коэффициенты,  $\tilde{c}_{vj}^{klm}$  – затраты на изготовление комплектующей детали  $v$ -го типа для изделия  $l$ -го типа по  $k$ -му технологиче-

скому маршруту на оборудовании  $j$ -го типа в  $m$ -м производственном подразделении предприятия,  $b_{mj}$  – стоимость обеспечения работы и обслуживания оборудования  $j$ -го типа из  $m$ -го подразделения в течение единицы времени. Остальные обозначения определены выше.

Расчеты модели (4.1)–(4.6) сводятся к решению задачи целочисленного линейного программирования [8, 9].

Однако при расчетах этой модели нет необходимости получать точное целочисленное решение. Это связано с тем, что модель выбора оборудования (4.1)–(4.6) для модернизации реальных предприятий с конвейерной сборкой изделий, как правило, имеет весьма значительную размерность. Получение точного целочисленного решения для задач такой размерности с помощью существующих методов займет очень большое время.

С другой стороны, часть исходных данных в расчетах является приближенной. Кроме того, полученные в результате расчета модели данные о количестве приобретаемого и исключаемого из состава предприятия оборудования даже в случае получения точного решения не могут быть использованы для принятия решения о приобретении или исключении оборудования на предприятии. Дело в том, что в оптимизационных моделях не удается учитывать времена вынужденных простоев оборудования и ожидания начала обработки комплектующих в процессе их изготовления. Подобные простои практически всегда возникают при обработке деталей и заданий [5, 6] и могут заметно увеличивать время изготовления комплектующих. Времена вынужденных простоев удается определить только после построения расписаний изготовления комплектующих на предприятии.

В результате расчета модели определяется количество оборудования  $\tilde{y}_{mj}$ , которое надо дополнительно приобрести к имеющемуся на предприятии, а также количество оборудования  $\tilde{y}_{mj}$ , от которого целесообразно избавиться. Кроме того, определяется количество оборудования новых типов  $\tilde{y}_{mj}$ , которое надо приобрести для предприятия.

Если модель (4.1)–(4.6) при заданных и  $\hat{T}_s$  имеет решение при  $p_1$ , равном нулю, то производится проверка выполнения данного задания в отведенное для этого время. Для этого строится расписание обработки комплектующих и сборки из них изделий, включенных в задание.

Если построенное расписание работ по изготовлению комплектующих и сборки из них изделий задания завершится за время  $T_s$ , которое меньше отведенного времени  $\hat{T}_s$ , то полученная схема модернизируемого предприятия помещается в группу проверки схем.

Очень часто в качестве приемлемого решения задачи выбора оборудования для модернизации предприятий выбирается не только решение, в котором время изготовления заказа завершится не раньше отведенного времени, но также и решение с некоторым превышением этого времени. Обычно время изготовления  $s$ -го задания в таком случае может принадлежать заданному интервалу  $[\hat{T}_s + \Delta T]$ , где  $\Delta T$  определяет такой интервал времени.

Однако если модель (4.1)–(4.6) при заданном  $D$  имеет решение, в котором величина  $p_1$  отлична от нуля, то производится проверка.

Если величина  $p_1$  будет меньше заданной величины  $\Delta D$ , то по описанной выше схеме строится расписание обработки и по этому расписанию определяется время изготовления  $s$ -го задания  $\check{T}_s$ . Если это время будет меньше заданного времени с допустимой задержкой  $\Delta T_s$ , т.е.  $\check{T}_s \leq \hat{T}_s + \Delta T_s$ , то сформированная схема модернизируемого предприятия включается в группу проверки.

Однако если модель (4.1)–(4.6) при заданном  $D$  имеет решение, в котором величина  $p_1$  отлична от нуля и больше заданной величины  $\Delta D$ , то возникает весьма непростая ситуация.

В этой ситуации при средствах  $D$ , выделенных на модернизацию предприятия, невозможно приобрести оборудование, которое позволит предприятию выполнить  $s$ -е задание за время  $\hat{T}_s$ . Поэтому требуется принимать решение либо об изменении величин  $D$  и  $\hat{T}_s$ , либо о прекращении работ по модернизации предприятия на этом этапе деятельности предприятия и, возможно, о переносе ее на лучшие времена.

## 5. Изменение схемы модернизации предприятия

Рассмотрим ситуацию, когда принимается решение о продолжении работ по формированию подходящей схемы модернизируемого предприятия при новых значениях  $D$  и  $\hat{T}_s$ .

В этом случае требуется выбрать такую величину времени изготовления комплектующих для сборки  $s$ -го задания, чтобы при заданном  $\check{D}$  можно было сформировать такую схему модернизируемого предприятия, на которой  $s$ -е задание будет изготовлено за наименьшее время  $T_s$ . Величина  $\check{D}$  определяется возможностями предприятия и поэтому не изменяется.

Алгоритм, позволяющий определить такое время  $T_s$  для изготовления  $s$ -го задания, а также оборудование для модернизации предприятия можно представить по шагам следующим образом.

Обозначим через  $\bar{T}_{sr}$  время изготовления комплектующих для сборки  $s$ -го задания на  $r$ -й итерации алгоритма. При  $r = 1$  время  $\bar{T}_{s1} = \check{T}_s$ .

Шаг 1. Время  $\bar{T}_{sr+1}$ , в течение которого на  $(r + 1)$ -й итерации алгоритма требуется изготовить комплектующие, вычисляется с помощью соотношения  $\bar{T}_{sr+1} = \bar{T}_{sr} + \Delta \bar{T}_{sr}$ , где  $\Delta \bar{T}_{sr}$  – величина приращения. Следует переход к шагу 2.

Шаг 2. В модели (4.1)–(4.6) величина  $\check{T}_s$  заменяется величиной  $\bar{T}_{sr+1}$  и производится ее расчет. В результате расчета модели определяется новый состав оборудования для рассматриваемой схемы модернизируемого предприятия. Следует переход к шагу 3.

Шаг 3. Производится проверка. Если переменная  $p_1$  в полученном решении окажется равной нулю, то вычисляется разность  $\Delta \bar{T}_{sr+1} = \bar{T}_{sr+1} - \bar{T}_{sr}$  и следует переход к шагу 4. В противном случае полагаем  $r := r + 1$  и следует переход к шагу 1.

Шаг 4. Если величина  $\Delta\bar{T}_{sr+1}$  окажется больше заданной величины  $\Delta\bar{T}_1$ , то параметру  $\bar{T}_z$  присваивается значение  $\bar{T}_{sr}$  и вычисляется величина  $\bar{T}_s = \frac{\bar{T}_{sr+1} + \bar{T}_z}{2}$ . Следует переход к шагу 5. В противном случае следует переход к шагу 7.

Шаг 5. Производится расчет модели (4.1)–(4.6), в которой величина  $\bar{T}_s$  заменяется на  $\bar{T}_s$ . В результате расчета определяется переменная  $p_1$  и новый состав оборудования для рассматриваемой схемы модернизируемого предприятия. Следует переход к шагу 6.

Шаг 6. Если переменная  $p_1$  окажется больше нуля, то вычисляется разность  $\Delta\bar{T}_{sr+1} = \bar{T}_{sr+1} - \bar{T}_s$ , и следует переход к шагу 4. В противном случае  $\bar{T}_{sr+1}$  присваивается значение  $\bar{T}_s$ , вычисляется разность  $\Delta\bar{T}_{sr+1} = \bar{T}_{sr+1} - \bar{T}_{sr}$ , и следует переход к шагу 4.

Шаг 7. Для вновь выбранного состава оборудования схемы строится расписание изготовления заданного производственного задания. На основе построенного расписания работ определяется время изготовления этого задания  $T_{s(r+1)z}$ , а также время изготовления комплектующих  $\bar{T}_{sr+1}$ . Вычисления прекращаются.

## 6. Анализ и выбор лучшего варианта модернизации

Рассмотрим основные методы проверки работоспособности и сравнения работы собранных схем модернизируемого предприятия, а также методы выбора из них наиболее подходящей.

Проверка работоспособности сформированных схем модернизируемого предприятия является весьма важной и необходимой, поскольку она должна выявить основные ошибки и просчеты, которые могли возникнуть при модернизации предприятия. Выявление и устранение ошибок и просчетов в процессе «модельной» проверки работоспособности схем модернизируемого предприятия потребует гораздо меньших затрат времени и средств, чем в процессе работы неудачно модернизированных предприятий.

Сначала на основе исследования и анализа условий будущей работы модернизируемого предприятия формируется достаточное количество типовых заказов, а также желаемые сроки их выполнения. Формируемые заказы должны по возможности быть похожими на реальные заказы, которые будут и могут поступать на предприятие после модернизации. Такие заказы удобно сводить в долгосрочную производственную программу от полутора до двух лет, пример которой представлен в таблице.

**Таблица**

Состав заказа	Заказ 1-й	...	Заказ $l$ -й	...	Заказ $Q$ -й
Партия 1	500 шт	...	1200 шт	...	1100 шт
...	...	...	...	...	...
Партия $r$	1200 шт	...	400 шт	...	500 шт
...	...	...	...	...	...
Партия $L$	900 шт	...	1500 шт	...	1200 шт

Проверка каждой схемы модернизируемого предприятия производится путем моделирования работы схемы по изготовлению одной и той же производственной программы, включающей большое количество разнообразных заказов. В процессе моделирования работы каждой схемы строится расписание обработки заказов из такой программы и собирается информации об их выполнении.

В процессе «модельной» проверки работы всех отобранных схем модернизируемого предприятия появляется возможность тщательно проверить работу каждой из сформированных схем. Кроме того, в процессе проверки имеется возможность собирать необходимую информацию о выполнении схемами разных заданий, позволяющую определить разные характеристики схем, выявить их достоинства и недостатки, а также возможно наметить пути усиления достоинств и устранения недостатков.

Весьма важным и часто удачным путем усиления достоинств и устранения недостатков схем является замена неудачных фрагментов схемы удачными фрагментами других схем, а также создание на основе нескольких схем комбинированной схемы. Под фрагментами схемы здесь понимается состав оборудования производственных подразделений предприятия.

В качестве собираемой информации можно указать количество нарушений схемой времени, отведенного на выполнение каждого задания из сформированной программы, максимальную и среднюю величины нарушений схемой отведенного времени выполнения заданий и, суммарную величину таких нарушений. Кроме этой информации собирается информация о максимальной, минимальной и средней загрузке выбранного оборудования каждой схемы, о затратах на выполнение каждого задания и обслуживание выбранного оборудования, о простоях конвейеров в ожидании комплектующих и т.д.

На основе такой «модельной» проверки и анализа собранной информации по выполнению значительного количества заданий оценивается, проверяется и анализируется работоспособность, пригодность и эффективность работы рассматриваемой схемы модернизируемого предприятия, выявляются просчеты и недостатки в ее работе, проводится сравнение работы различных схем, а также выбор из них наиболее подходящей.

Часто сравнение работы различных версий подсказывает, как и за счет чего можно расширить и усилить достоинства создаваемого объекта и каким образом можно устранить значительное количество его недостатков.

Одной из важнейших проблем выбора наиболее подходящей версии создаваемого объекта или изделия из имеющихся альтернатив является проблема, состоящая в том, что значения одних характеристик у какой-либо сравниваемой версии оказываются лучше, чем у других, а других – хуже. Как правило, очень редко существует такая версия, у которой все характеристики оказываются лучше, чем у других.

Для решения проблем выбора в таких случаях могут быть использованы идеи и методы принятия решений и многокритериальной оптимизации [8].

В этом случае собранные характеристики работы разных схем модернизации предприятия, из которых будет производиться выбор наиболее подходящей схемы, удобно рассматривать как критерии. Наиболее подходящим для выбора лучшей схемы модернизируемого предприятия является метод уступок [8, 9]. Рассмотрим кратко одну из версий этого метода для выбора наиболее подходящей схемы модернизируемого предприятия из  $\tilde{L}$  проверяемых схем.

Пусть для каждой схемы  $i$  ( $i = 1, \dots, \tilde{L}$ ) модернизируемого предприятия известны величины  $\tilde{m}$  характеристик. Такие характеристики собираются в описанном выше процессе проверки работоспособности схем и рассматриваются как критерии.

Для каждой схемы сравниваемые характеристики ее работы удобно представить в виде компонентов вектора, которые определяют величины критериев в порядке убывания их важности. Первая компонента этого вектора определяет величину наиболее важной характеристики схем. В таком векторе  $\vec{F}_i^T = |a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{\tilde{m}i}|^T$  для  $i$ -й схемы ( $i = 1, \dots, \tilde{L}$ ), который назовем вектором критериев,  $j$ -я компонента  $a_{ji}$  определяет  $j$ -ю ( $j = 1, \dots, \tilde{m}$ ) по важности характеристику рассматриваемой  $i$ -й схемы.

Для каждого критерия, т.е. компоненты этого вектора, задаются величины уступок  $d_j$  ( $j = 1, \dots, \tilde{m}$ ). Если требуется, чтобы значение первой характеристики было меньшим, то величина уступки  $d_1$  прибавляется к минимальной из величин  $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1L}$ , т.е. к  $\tilde{a}_1 = \min \{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1L}\}$ , и определяется интервал  $[\tilde{a}_1, \tilde{a}_1 + d_1]$ .

Если требуется, чтобы значение первой характеристики было больше, то величина уступки  $d_1$  вычитается из величины  $\tilde{a}_1$ , где  $\tilde{a}_1 = \max \{a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1L}\}$ , и определяется интервал  $[\tilde{a}_1, \tilde{a}_1 - d_1]$ . Тогда те схемы, у которых первые компоненты вектора критериев попадают в соответствующий интервал, считаются эквивалентными и только по этим схемам продолжается дальнейшее сравнение. Остальные схемы, у которых первые компоненты вектора критериев не попадают в соответствующий интервал, из дальнейшего рассмотрения исключаются. Такая процедура повторяется для следующих компонентов оставшихся векторов  $\vec{F}_i^T = |a_{2i}, a_{3i}, \dots, a_{mi}|^T$  ( $i = 1, \dots, \tilde{L}$ ), пока не останется одна схема.

Если из сформированных схем не удастся выбрать подходящую схему для модернизируемого предприятия, то по описанной выше процедуре или путем комбинирования уже полученных схем, или с использованием модели (4.1)–(4.6) при других исходных данных формируются новые схемы модернизации предприятия и весь описанный выше процесс проверки, корректировки и выбора схем повторяется.

С использованием методов построения «каркасных» расписаний изготовления комплектующих и расписаний транспортировки деталей между производственными подразделениями можно определить необходимое количество транспортных средств для доставки деталей от одного подразделения предприятия к другому для продолжения обработки, а также определить необходимые объемы складов для межоперационного хранения комплектующих. Однако, к сожалению, объем статьи не позволяет даже кратко описать идеи и принципы создания и работы этих методов.

## **7. Другие задачи выбора оборудования для предприятий**

Рассмотрим кратко возможности использования предложенных методов для решения других задач выбора оборудования.

Во втором пункте работы предполагалось, что при модернизации предприятия не требуется формирования новых подразделений и создания новых конвейеров. Однако эти предположения не являются принципиальными. Предложенные в работе модели выбора оборудования и методы построения расписаний работ могут использоваться при выборе оборудования и без их выполнения.

Более того, с их помощью можно решать задачи, возникающие на рассматриваемых предприятиях, которые можно назвать задачами «что будет, если». В этих задачах требуется определить, «что будет, если» произойдут или будут внесены изменения в структуру и деятельность предприятия, и оценить результаты таких изменений.

Среди таких задач можно выделить задачи изменения структуры предприятия, в которых рассматривается создание новых или ликвидация неэффективных подразделений, объединение или разделение действующих, изменение на предприятии количества конвейеров для сборки выпускаемых изделий. Кроме того, к подобным задачам относятся задачи, связанные с увеличением, сокращением или изменениями состава выпускаемой продукции, задачи определения и изменения средств, выделяемых на проведение модернизации.

Относятся к этим задачам также задачи перераспределения оборудования между подразделениями, задачи замены и пополнения оборудованием подразделений предприятия.

Для решения этих задач с использованием предлагаемых методов определяется структура модернизируемого предприятия, включающая выбранное количество производственных подразделений и количество конвейеров с назначением собираемых на них изделий. Для вновь осваиваемых изделий определяются комплектующие, которые на оборудовании, имеющемся на предприятии, обработаны быть не могут. Выбираются типы оборудования, которые обеспечат их необходимую обработку, и эти типы распределяются по существующим или создаваемым подразделениям предприятия.

Затем для комплектующих вновь осваиваемых изделий формируются технологические маршруты их обработки с учетом имеющегося и приобретаемого оборудования в подразделениях предприятия. Для комплектующих выпущенных изделий формируются альтернативные технологические маршруты обработки в случае проблем с имеющимся маршрутом.

После этого с помощью модели (4.1)–(4.6) определяется количество оборудования каждого типа, которое следует приобрести для соответствующих подразделений предприятия. Затем для полученной схемы предприятия по описанным выше правилам производится построение расписания изготовления заданного производственного задания.

По аналогичной схеме с небольшими изменениями с помощью предложенных методов может производиться выбор оборудования для вновь создаваемых предприятий.

При этом работа всех схем модернизируемого предприятия, полученных в результате внесения интересующих изменений, может быть проверена на выполнении тестовых заданий. По результатам их выполнения на проверяемых схемах могут быть собраны интересующие характеристики их работы, по которым можно наглядно проверить внесенные или возникающие изменения, а также оценить их последствия.

## 8. Заключение

Совместное использование разработанной модели выбора оборудования и методов построения расписаний работы модернизируемого предприятия позволяет:

- достаточно быстро формировать и оценивать различные схемы модернизации предприятия на разных наборах исходных данных;
- представить с помощью диаграмм Ганта, таблиц и графиков «модельную» работу каждого подразделения сформированной схемы модернизации предприятия по выполнению тестовых заданий;
- обоснованно оценить затраты на приобретение оборудования и возможности полученной при этих затратах схемы модернизируемого предприятия;
- производить тщательную и всестороннюю «модельную» проверку работоспособности каждой отобранной схемы модернизации предприятия;
- производить в процессе проверок отобранных схем сбор информации для последующего анализа их работы и определения характеристик;
- выявить в процессе проверок отобранных схем значительное количество просчетов и ошибок при выборе оборудования для модернизации предприятий;
- на основе анализа, собранных характеристик и работы отобранных схем произвести обоснованный выбор наиболее подходящей для модернизации предприятия.

Затраты времени на проведение всесторонней проверки работоспособности выбираемых схем модернизации предприятий с помощью предложенных моделей и методов оказываются не очень большими.

Однако затраты времени и особенно средств на устранения ошибок и просчетов, а также упущенная прибыль в процессе работы неудачно модернизированных предприятий в разы будут превышать затраты на проведение модельной проверки и выбора схем модернизированных предприятий.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Павлов К.С., Хоботов Е.Н. Модели выбора и замены оборудования в производственных системах машиностроительных предприятий // *АиТ*. 2015. № 2. С. 125–140.
2. Хоботов Е.Н. Моделирование в задачах реинжиниринга производственных систем // *АиТ*. 2001. № 8. С. 168–178.
3. Хоботов Е.Н. О некоторых моделях и методах решения задач планирования в дискретных производственных системах // *АиТ*. 2007. № 12. С. 85–100.
4. Сидоренко А.М., Хоботов Е.Н. Агрегирование при планировании работ на машиностроительных предприятиях // *ТИЗВ. РАН. ТиСУ*. 2013. № 5. С. 132–144.
5. Bruker P. *Scheduling Algorithms*. Leipzig: Springer, 2007. 371 p.
6. Лазарев А.А. *Теория расписаний. Методы и алгоритмы*. М.: ИПУ РАН, 2019.
7. Хачатуров В.Р., Веселовский В.Е., Зотов А.В. и др. *Комбинаторные методы и алгоритмы решения задач дискретной оптимизации большой размерности*. М.: Наука, 2000.
8. Моисеев Н.Н. *Математические задачи системного анализа*. М.: Наука, 1981.
9. Волков И.К., Загоруйко Е.А. *Исследование операций*. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Галляевым.*

Поступила в редакцию 31.05.2024

После доработки 08.07.2024

Принята к публикации 25.07.2024